



TITLE:

パケット通信における交通流問題 (非線形波動現象の構造と力学)

AUTHOR(S):

渡辺, 慎介; 西田, 麻衣子

CITATION:

渡辺, 慎介 ...[et al]. パケット通信における交通流問題 (非線形波動現象の構造と力学). 数理解析研究所講究録 2002, 1271: 220-225

ISSUE DATE:

2002-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/42209>

RIGHT:

パケット通信における交通流問題

横浜国立大学大学院工学研究科 渡辺慎介 (WATANABE Shinsuke)

横浜国立大学大学院工学研究科 西田麻衣子 (NISHIDA Maiko)

パケット交換方式の情報ネットワークを、ルータと伝送路のみで構成した二次元モデルを用いて解析した。パケットが一方向に流れる一次元の主回線に外部回線を加えて、パケットの流れを二次元化した。ルータはパケットを一個ずつ処理し、一個のパケットの処理に要する時間を単位時間とする。それぞれの回線に入力されるパケット数をポアソン分布で与え、ルータに貯えられているパケット数の変動を解析し、そのパワースペクトルを計算する。ルータへ流れ込むパケット数が増加するにつれて、ルータにおけるパケット数変動に大きな構造が現れ、パワースペクトルはホワイトスペクトルから f^{-2} へと変化した。

1 はじめに

限られた通信回線で効率の良い通信を行うには、複数の利用者で同時に回線を共有する仕組みが必要である。そのため、現在のインターネットではパケット交換方式という方法で情報伝達を行っている (Fig.1)。パケット通信では、データを送る際に一つの長いデータを一定のサイズのパケットに分割し、それぞれに宛先を付けて伝送する。そして相手側に全てのパケットが届いた時点で再び元通りのデータに組み立てて復元する。パケットの伝送はルータと呼ばれるネットワーク機器の間で行われる。ルータはパケットに付けられた宛先を参照し次のルータに受け渡す。これを繰り返してパケットを目的地まで運んでいく。このようにデータを分割して個々に伝送することで、特定の経路が混雑するのを緩和し、あるいはネットワークの一部が故障していても自動的に迂回してパケットを送ることができる。

実際のインターネット中を流れるパケットについて、その流量の時間変動を観測すると多くの場合 $1/f$ ゆらぎを伴っていることが知られている。 $1/f$ ゆらぎはネットワーク内のパケットの増加に伴って、回線が空いている状態から混雑している状態に移移する過程で現われ、最も効率的にパケットを伝送している状態であるともいわれている。

本研究ではパケット交換方式のネットワークを単純化し、パケット流量を解析する。ここで用いたモデルでは、ルータと伝送路を一次元的に配置し、各ルータには注目する一次元の回線以外の、外部ルータに通じる回線の入出力も加えて二次元化した。このモデルは、連続体近似を用いて適切な変換を行うと外力のある Burgers 方程式で近似できる。この研究では Burgers 近似は行わず、ルータの働きを簡略化したシミュレーションを行った。それぞれの回線にパケット数をランダムに与え、ルータに貯えられるパケット数を計算し、各ルータにおけるパケット数の変動のスペクトル変化をパケット流量の関数として調べた。

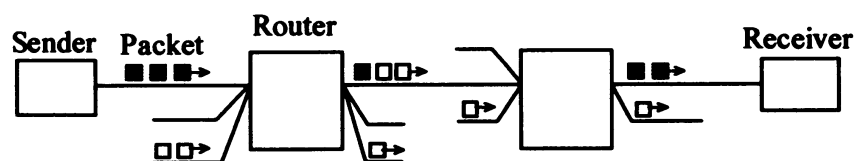


Fig.1: パケット交換ネットワーク

2 二次元モデル

Fig.2にパケット交換ネットワークの二次元モデルを示す。ルータと回線を直線状に配置し、パケットを左から右に一方方向にのみ伝送する回線を主回線とする。各々のルータには、主回線以外の外部のルータとつながる外部回線も接続され、下から上へパケットを流す。外部回線は、複数の回線をまとめて一本で代表している。各ルータには主回線と外部回線の両方からパケットが流れ込み、その両方へ出て行く。パケットがどちらに送られるかは、主回線に流れ出すパケット数の平均値 u_i と外部回線に流れ出すパケット数の平均値 $f_{i,out}$ の比によってランダムに決定される。始めに主回線の左端に入るパケット数の平均値 u_0 と外部回線から流れ込むパケット数の平均値 $f_{i,in}$ を与え、ルータに貯えられているパケット数 Q_i を計算する。 i 番目のルータへの全流入量を $X \equiv u_{i-1} + f_{i,in}$ とする。

ルータ数は、結果がルータの位置に関わりなくどれでもほぼ同じであったので、ここでは5とした。ルータが一つのパケットの処理に要する時間を1単位時間とした。同時に二つ以上のパケットがルータに到着する場合には、一つのパケットだけがルータで処理され、残りは処理を待ためバッファに貯えられる。ルータ間のパケットの伝送時間はどこでも同じで10単位時間とする。パケットのルートは、それぞれのルータにおいて u_i と $f_{i,out}$ の比によってランダムに決定される。伝送路に入るパケット数 u_0 および $f_{i,in}$ は、ホワイトなスペクトルを持つポアソン分布に従う乱数で与えた。特別な場合を除いて、外部回線への流出量 $f_{i,out}$ は外部回線からの流入量 $f_{i,in}$ と等しい。その場合、 $u_i = u_0$ となる。ルータへの各流入量 u_0 , $f_{i,in}$, X は1以下となるように設定した。これは、ルータは単位時間にパケットを1個ずつしか処理できないので、それを超える流入量があると、ルータ内のパケット数は時間とともに単調増加してしまうからである。初期条件はルータや回線上にパケットがない状態とした。入力するパケット数のポアソン分布の平均値 u_0 , $f_{i,in}$ と、外部へ出力されるパケット数の平均値 $f_{i,out}$ を与え、各ルータに貯えられているパケット数 Q_i の時間変動を計算し、そのパワースペクトルについて検証した。

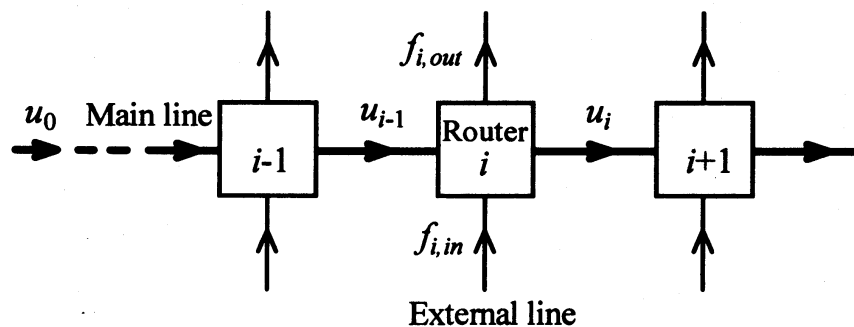


Fig.2: パケット交換ネットワークの二次元モデル

3 結果

まず始めに、主回線への流入量 u_0 を0.1に固定し、外部入力には各ルータに対して独立で同じ平均値 $f_{i,in}$ を持つノイズを与えた。外部からの流入量 $f_{i,in}$ を0.2~0.9とした場合、 $i=3$ のルータにおけるパケット数 Q_i の時間変動をFig.3に、そのパワースペクトルをFig.4に示した。外部からの流入量が最も小さい $f_{i,in}=0.2$ の場合Fig.3 (a)では、ルータに入ってくるパケット数は非常に少なく次々に処理されていくので、ルータ内に貯えられているパケット数 Q_3 はほとんどの時刻で0または1で、変動は極めて小さい。 $f_{i,in}=0.4$ となる(b)ではルータに到着するパケット数が(a)よりも多くなり、パケットがルータに溜まる確率は高くなる。それが(a)の小さな振動の中に、大きな変動となって現れている。さらに流入量が増して $f_{i,in}=0.7$ の(c)になると、その傾向はさらに顕著となる。 $f_{i,in}=0.9$ でルータへの全流入量が $X=1.0$

となる(d)の時には、ルータが空になることはほとんどなく、パケット数は大きな変動をし続ける。この場合、全流入量が1.0でルータの処理限界となっているが、その限界を超えてはいないためパケット数が増加しつづけることはない。これらの特徴はどのルータについても同じで、ルータの位置には依存しなかった。

これらの変動のパワースペクトルをしてみる (Fig.4)。入力したポアソン分布のスペクトルはホワイトであったが、ルータにおけるパケット数変動のパワースペクトルは高周波数領域でホワイトから外れてくる。流入量が最も少ない(a)の場合、パワースペクトルは周波数が 10^{-1} 以上の領域で $f^{-0.65}$ に比例して減少している。外部からの流入量が $f_{i,in}=0.4$ になった(b)では $f^{-1.05}$, $f_{i,in}=0.7$ の(c)では $f^{-1.6}$ に比例し、べき乗則に従う範囲は低周波数領域に広がる。 $f_{i,in}=0.9$, $X=1.0$ の(d)では、スペクトルは $f^{-2.0}$ に比例し、周波数で4桁の範囲で現れている。高周波数領域でスペクトルが減少してくるのは、ルータへの流入量が増加するにつれて、ルータ内のパケット数変動に大きな構造が現れ細かい変動が減少することに起因する。

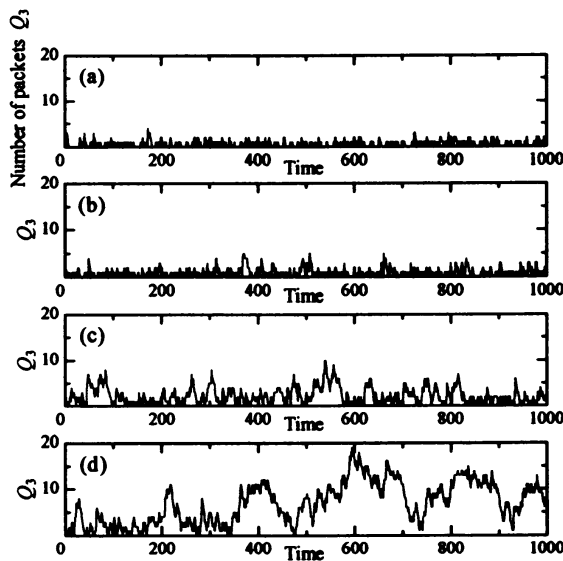


Fig.3: $i=3$ のルータにおけるパケット数の変動

- (a) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.2, X=0.3$
- (b) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.4, X=0.5$
- (c) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.7, X=0.8$
- (d) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.9, X=1.0$

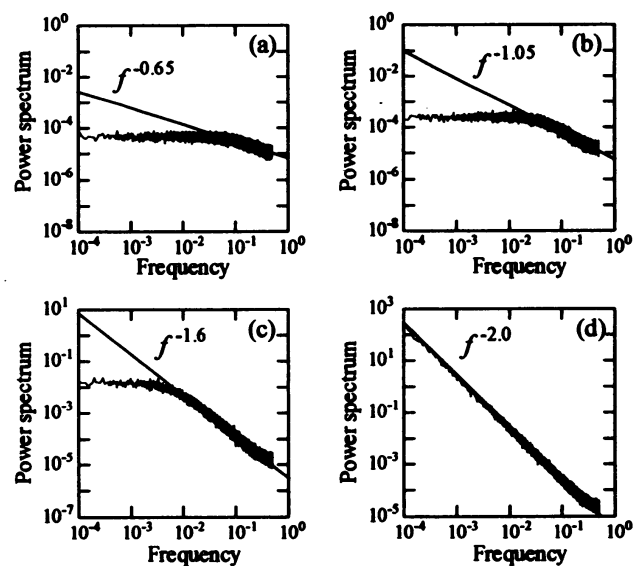


Fig.4: $i=3$ のルータにおけるパケット数変動のパワースペクトル

- (a) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.2, X=0.3$
- (b) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.4, X=0.5$
- (c) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.7, X=0.8$
- (d) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.9, X=1.0$

次に、全流入量 X を 0.5 に固定し、 u_0 と $f_{i,in}$ の比を変化させた場合に $i=3$ のルータにおけるパケット数の変動とそのスペクトルを Fig.5 および Fig.6 に示した。(a)は主回線からの流入量が最も少なく $u_0=0.1$, (b)では $u_0=0.2$, (c)は $u_0=0.3$, (d)が最も多い $u_0=0.4$ である。主回線からの流入量が増加するにつれ、ルータ内のパケット数の変動から大きな構造が消失するのがわかる。このモデルでは、主回線からルータに流入するパケット数は、平均値が同じであっても $i=1$ のルータとそれ以外のルータとで少し異なった性質を持っている。左端の $i=1$ のルータについては、主回線の左端に平均値 u_0 のポアソン分布に従う乱数で与えたパケット数が直接入ってくる。しかし、それ以外のルータに流入するのは手前のルータで処理されたパケットであるから、0 か 1 のどちらかである。 $i=1$ のルータとそれ以外とは平均的に見て流入量が同じでも、 $i \neq 1$ のルータでは主回線からの流入量の変動が小さいために、主回線からの流入の割合が大きいほどルータ内のパケット数の変動が小さくなるのである。

このような違いがあるにもかかわらず、この変動のパワースペクトルには大きな違いは見られない。主回線からの割合が増加するにつれてスペクトルの傾きはわずかに小さくなっているが、 $f^{-1.05}$ から $f^{-0.9}$ と波形に見られるほどの変化は現れていない。このことから、ルータ内のパケット数変動のスペクトルは主回線と外部回線からの流入量の比にはほとんどよらず、主にルータへの全流入量によって特徴づけられていると言える。

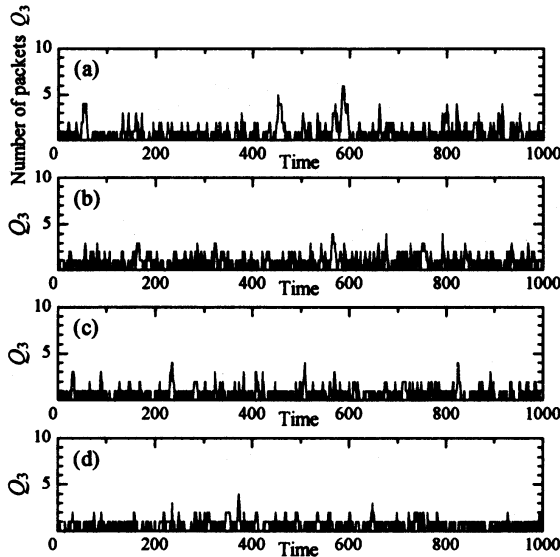


Fig.5: $i=3$ のルータにおけるパケット数の変動

- (a) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.4, X=0.5$
- (b) $u_0=0.2, f_{i,in}=0.3, X=0.5$
- (c) $u_0=0.3, f_{i,in}=0.2, X=0.5$
- (d) $u_0=0.4, f_{i,in}=0.1, X=0.5$

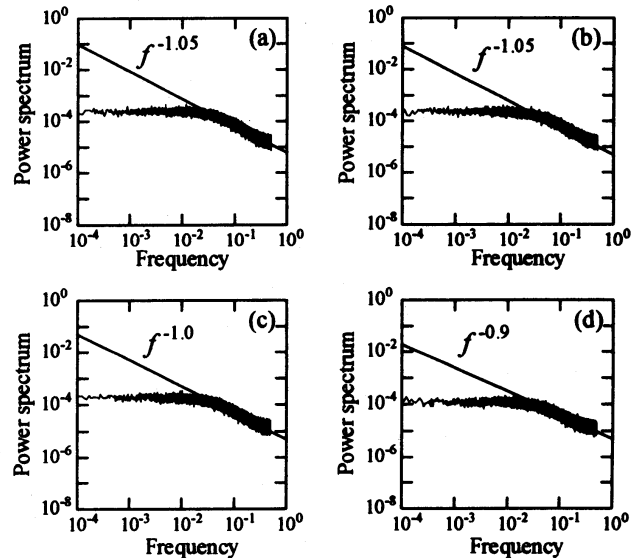


Fig.6: $i=3$ のルータにおけるパケット数変動のパワースペクトル

- (a) $u_0=0.1, f_{i,in}=0.4, X=0.5$
- (b) $u_0=0.2, f_{i,in}=0.3, X=0.5$
- (c) $u_0=0.3, f_{i,in}=0.2, X=0.5$
- (d) $u_0=0.4, f_{i,in}=0.1, X=0.5$

そこで、全流入量とパワースペクトルの関係を調べてみる。Fig.7に、ルータへの全流入量に対して f^α に比例するパワースペクトルの指数 α (a) と、そのスペクトルの現れる周波数の桁数 (b) をプロットした。パケット数変動のパワースペクトルの傾きは、主回線と外部回線からの入力比にはほとんどよらず、全流入量にほぼ比例して大きくなる。全流入量が 1.0 でパワースペクトルは f^2 となった。これ以上流入量が多くなってもスペクトルの傾きは f^2 で変化しなかった。一方、このスペクトルが現れる周波数の桁数 (b) は全流入量とともに徐々に増加し、0.8 を超えると急激に範囲が広がる。これも主回線と外部回線の流入量の比によらず、全流入量にのみ依存している。総合すると、ルータにおけるパケット数変動のパワースペクトルは、全流入量の増加に伴って f^α に比例する周波数の範囲が広がり、傾きも大きくなる。そしてこれらの性質は、主回線からと外部回線からの流入量の比によらず全流入量によってほぼ特徴づけられているといえる。

ここまでは、位置に関わりなく全てのルータについて同じ平均値を持つノイズを加えていたが、次にルータごとに全流入量が増加する場合を示す。Fig.8 の上段の図に示すように主回線への流入量の平均値を $u_0=0.1$ 、外部回線からの流入量を $f_{i,in}=0.4$ で一定とし、外部回線への出力量 $f_{i,out}$ を 0.4 から 0.05 ずつ減少させてルータごとに全流入量が増加する状態を作った。この場合、各ルータでの全流入量 X は左端から順に 0.5, 0.5, 0.55, 0.65, 0.8 となる。Fig.8 の中段、下段には全流入量 $X=0.8$ の $i=5$ のルータのパケット数の変動とパワースペクトルを示した。パケット数の変動を見ると、大きな変動と小さな変動とが混在しており、総流入量が同じ $X=0.8$ である Fig.3 (c) で示した波形に類似している。パワースペクトルも周波数が 10^{-3} 以上の領域で $f^{1.6}$ に比例し、Fig.4 (c) と同様の結果である。外部への出

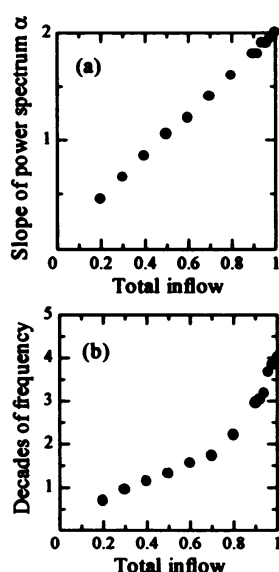
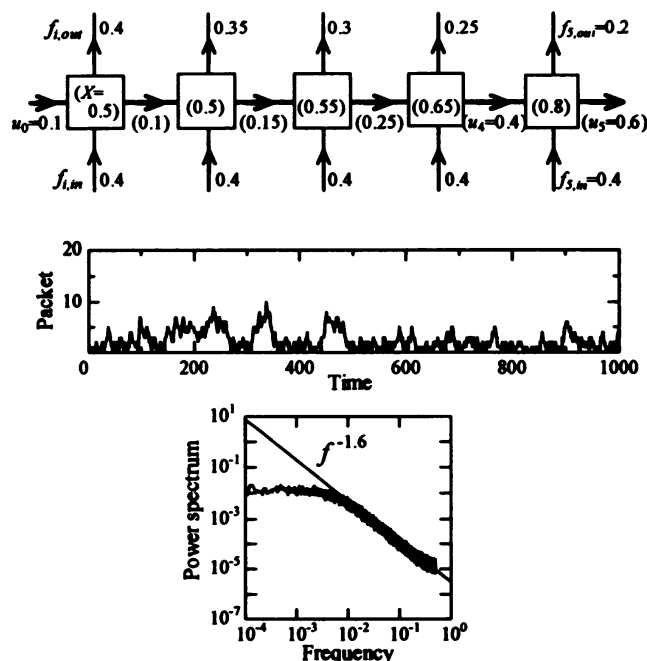


Fig.7:全流入量とパワースペクトルの関係

- (a) スペクトルの指数 α
- (b) スペクトルの桁数

Fig.8:ルータごとに流入量が変わる場合の $i=5$ のルータにおけるパケット数の変動とそのパワースペクトル

力量を変えた場合や外部出力を一定にして外部入力をルータごとに増やした場合などでも、ルータごとに全流入量が変わらない Fig.3 や Fig.5 と同じ結果が得られた。これらの一致は、ルータにおけるパケット数変動とそのパワースペクトルがネットワーク全体の状態によらず、個々のルータへの流入量によって決まってくることを意味している。

次に、ルータへの全流入量に対する平均伝送時間と伝送効率を Fig.9 に示す。伝送時間は、パケットが主回線の左端に入ってから $i=5$ のルータを出るまでにかかる時間とした。平均伝送時間はパケット流量の増加とともに徐々に長くなり、 $X=0.9$ を超えると急激に長くなって混雑してくることがわかる。伝送効率は、全流入量を、最短伝送時間で規格化した平均伝送時間で割ったものと定義した。伝送効率は $X=0.8$ 付近で最大値となっている。パワースペクトルの傾きが f^{-1} となったのは $X=0.5$ のときであったから、このモデルではそれよりも流量の多いときに効率が最も良くなるといえる。

最後に、パワースペクトルが f^{-1} に比例しているとき、波形の自己相似性について調べた。Fig.10 の3つの図は $u_0=0.1$, $f_{i,in}=0.4$, $X=0.5$ のときの $i=3$ のルータにおけるパケット数変動の波形を、異なる時間スケールで描いたものである。中段の影のついた部分を拡大したものが上段の波形、下段の影の部分を拡大したのが中段の波形である。下の2段の波形は構造が細かく、類似した特徴を持っているが、上段の波形とはそれほど類似していない。これは、パワースペクトルで見ると f^{-1} に比例する部分が周波数の2桁にしか現れていないことに対応すると考えられる。

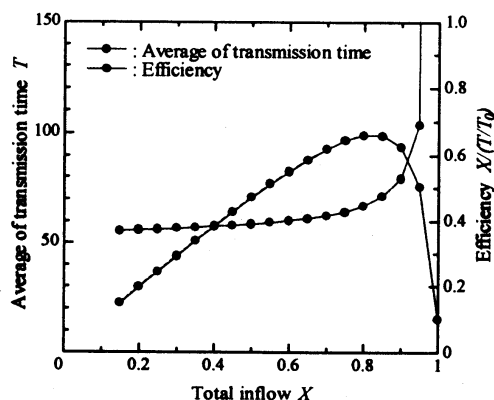


Fig.9: ルータへの全流入量に対する平均伝送時間と伝送効率。

伝送効率 $\equiv X/(T/T_0)$

T_0 : 最短伝送時間 (55 単位時間)

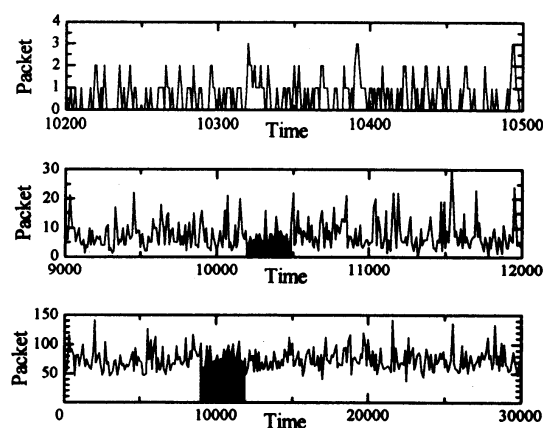


Fig.10: $u_0=0.1$, $f_{i,in}=0.4$, $X=0.5$ のときの $i=3$ のルータにおけるパケット変動の波形。

4 まとめ

パケット通信における情報流について、ルータの機能を単純化し二次元モデルを用いて解析を行った。ルータへの入力を主回線と外部回線とに分け、ポアソン分布に従うランダムなホワイトノイズを入力した。ネットワーク内を流れるパケット数が増加するにつれて、ルータにおけるパケット数の変動は大きな構造を形成した。それに伴い、高周波数領域で $f^{-\alpha}$ に比例するパワースペクトルが現れ、パケット流量の増加とともに低周波数領域に広がった。また、スペクトルの傾きもパケット流量とともに増加し、 α は 0 から 2 まで変化した。

これらの性質は、主回線と外部回線からの流入量の比にはほとんどよらず、主にその両方を合わせた全流入量によってほぼ決まった。またルータ内のパケット変動の性質は、局所的な状態、個々のルータへの流入量によって決まり、ネットワーク全体の状態には依存しないということがわかった。

参考文献

- 1) I.Csabai “ $1/f$ noise in computer network traffic”, J. Phys. A: Math. Gen. **27** (1994) L417-L421.
- 2) M.Takayasu “Phase Transition in the Internet Traffic”, J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1998) 346-350. (in Japanese)
- 3) M.Takayasu, Math. Sci. No.427, Jan, (1999) 64-74. (in Japanese)